

非線形システムをよりよく表現できる疑似線形化法を提案 ～新概念「平衡空間」の導入～

自然現象に基づくほとんどの工学システムは物事の関係が比例関係ではない非線形です。非線形システムの安定性を解析し、これを制御する仕組みを設計することは、システム制御理論における重要な問題です。非線形システムの安定性を調べるには、リアプノフの線形化（間接法）が最も一般的で有用なアプローチの一つで、これにより、線形近似に基づいて平衡点周辺の局所安定性を調べ、よく知られている線形制御理論を適用することができます。しかしながら、単一の平衡点の安定性を調べるためには便利であるものの、平衡点が無数にあるシステムの場合、すべての平衡点を個別に調べるのは現実的ではありません。

本研究では、平衡点の概念を、無限の数の平衡点が存在するシステムに適応できる平衡空間と呼ばれるものに拡張しました。この平衡空間にリアプノフの線形化法を適用し、疑似線形化することで、非線形システムの線形表現を導き出すことができます。疑似線形化の平衡状態とその安定性は、元の非線形システムと同じであることが示されました。さらに、この疑似線形化法を用いて、実際に姿勢制御などに用いられているシステムについて、非線形連続時間モデルから離散時間モデルを導出しました。その結果、今回提案した疑似線形化により導出された離散時間モデルが、従来の方法で導出されたものより、サンプリング間隔が大きい場合でも、連続時間モデルの応答に近いことが分かりました。

これにより、低スペックの計算機、低計算コスト、低価格での制御システムの実装が可能になると期待されます。

研究代表者

筑波大学システム情報系

グエン ヴァン チエト 助教

研究の背景

自然現象に基づくほとんどの工学システムは、物事の関係が比例関係ではない非線形です。非線形システムの安定性^{注1)}を解析し、これを制御する仕組みを設計することは、システム制御における重要な問題です。しかし、非線形制御システムを設計するための普遍的な方法は、まだありません。非線形システムの安定性を研究するには、直接法と線形化法（または間接法）を含むリアプノフの安定理論^{注2)}が、最も一般的で有用なアプローチの一つです。直接法は、リアプノフ関数を使用して非線形システムの大域的安定性を調べるために使用されます。ただし、特定のシステムのリアプノフ関数を推定する一般的な方法がないという欠点があります。一方、間接法は、線形近似に基づいて平衡点^{注3)}周辺の局所安定性を調べたり、よく知られている線形制御理論を用いて非線形システムの制御器を設計したりするための重要なツールになります。

ところが、摩擦なしで水平面上を移動するロボットや、重力の影響を受けない振り子などのシステムでは、位置や角度と速度が状態変数^{注4)}として選択された場合、初期速度をゼロに設定すると、任意の初期位置に対して、システムは時間が経っても初期状態のままになります。言い換えると、これらのシステムには、位置に依存しない無数の平衡点が存在します。このような連続的な平衡点の集合は、平衡多様体として知られています。この平衡多様体の概念は、単一の平衡点の中心多様体^{注5)}とは異なることに注意する必要があります。リアプノフの線形化法は、単一の平衡点の安定性を調べるための便利なツールですが、平衡点が無数にあるシステムの場合、すべての平衡点を個別に調べるのは現実的ではなく、すべての平衡点をまとめて解析し、線形近似する手法の開発が課題となっていました。

研究内容と成果

本研究では、相空間^{注6)}における平衡点の拡張として平衡空間という新しい概念を、ベクトルと行列を用いた数式により提案しました。平行空間は無数の連続的に存在する平衡点からなる空間と定義され、システムの状態変数が平行空間にある場合、時間が変化してもシステムの状態は変化しません。この概念は、これまでの平衡多様体の考え方と同等ですが、平衡空間の次数がゼロの時には単一の平衡点を表すこともできることから、より幅広いシステムに適用できると考えられます。

また、この平衡空間の概念に基づいて、リアプノフの線形化法を拡張した疑似線形化法を提案しました。これにより、線形の形式で表される非線形システムを導出することができ、既知の線形制御理論を適用して、安定性の解析や制御の設計が可能になります。実際に、この疑似線形化を用いて、人工衛星や宇宙船の姿勢制御アクチュエータとしてよく使用される CMG (Control Moment Gyro) システムの非線形連続時間モデルから離散時間モデル^{注7)}を導出しました。その結果、この離散時間モデルが、よく知られた前方差分や平衡点法に関する線形化や従来の疑似線形表現によって導出された離散時間モデルに比べて、連続時間モデルの応答に近い応答を生成することが分かりました。また、離散時間のサンプリング間隔（計算機での離散時間の間隔）を大きくしても、提案したモデルの精度が保たれることも示されました（参考図）。

今後の展開

今回提案した平衡空間の概念および疑似線形化の手法に関しては、安定性の解析や制御設計への適用をさらに検討する必要があります。また、大きなサンプリング間隔に対しても高精度の離散時間モデルが導出でき、低スペックの計算機、低計算コスト、低価格での制御システムの実装が可能になると期待されます。

参考図

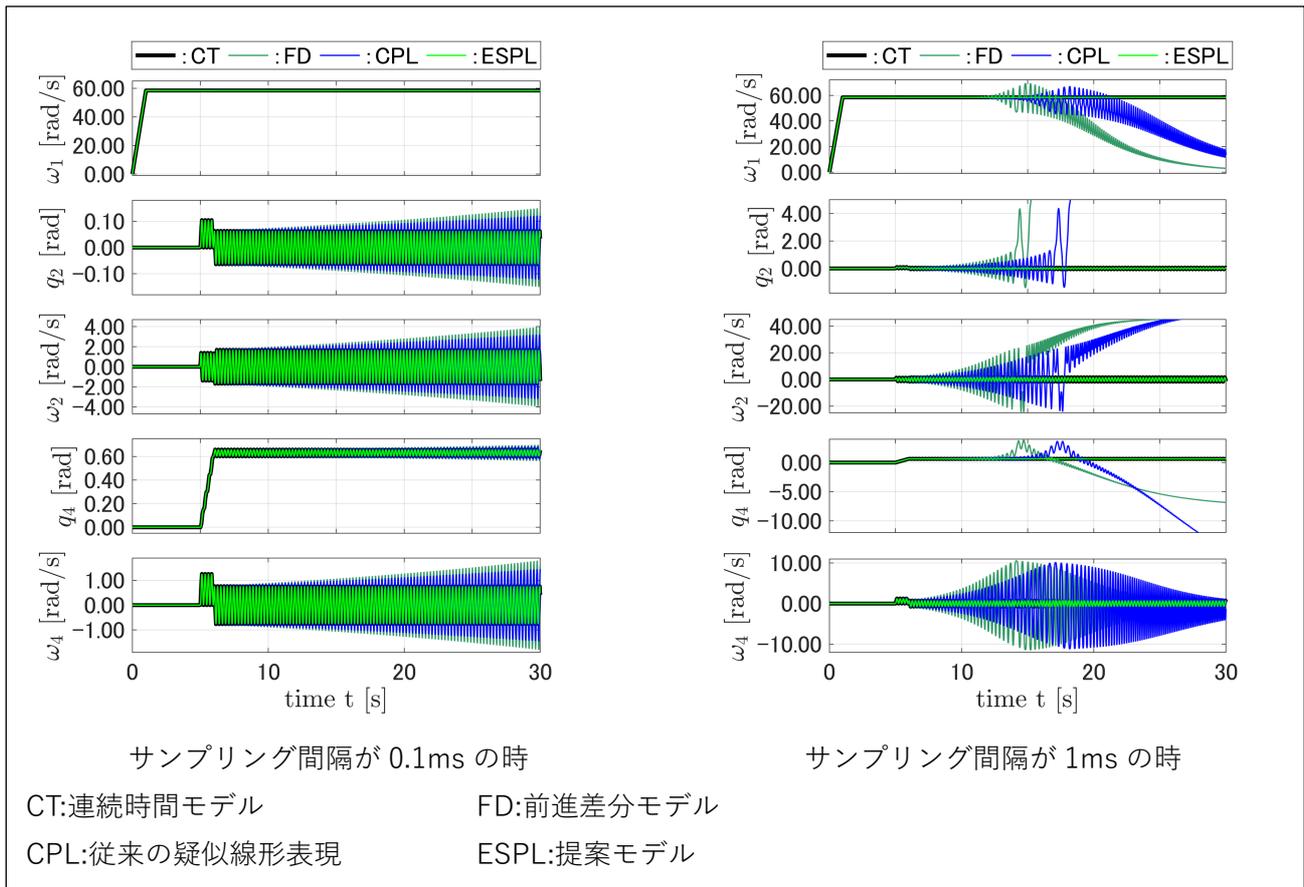


図 CMG の連続時間モデル (CT) および各離散時間モデル (FD、CPL、ESPL) の応答 (ω_1 : 円盤の回転速度、 q_2 、 ω_2 、 q_4 、 ω_4 : 第 2 および第 4 フライホイールそれぞれの角度と角速度)。(左列) サンプルング間隔が小さい (0.1ms) 時でも、今回提案した離散時間モデル (ESPL) は他の離散時間モデルに比べ連続時間モデルとほぼ同じ応答を示す。(右列) サンプルング間隔が大きくなる (1ms) と、他の離散時間モデルは連続時間モデルと全く異なる応答をするが、ESPL は高精度を維持している。

用語解説

注 1) 安定性

システムにおいて、平衡点の近傍から出発する軌道が、平衡点の近くにとどまり続ける性質のこと。

注 2) リアプノフの安定理論

システム安定性を判別するために用いられる理論。

注 3) 平衡点

時間に変化しても動かない相空間上の点。平衡点を調べることによってシステムの定性的な振る舞いを知ることができる。

注 4) 状態変数

任意の時点でシステム全体の状態を表せる変数の集合。

注 5) 中心多様体

平衡点の安定性を表す数学の概念であり、平衡点の近傍で指数関数的に急変化をしない軌道の集合。

注 6) 相空間

状態変数から作られた空間。

注7) 離散時間モデル

実世界における連続時間と異なり、計算機を用いてシステムの解析や制御の設計など行う際には、飛び飛びの値からなる離散時間しか取り扱うことができない。このような、離散時間上でシステムを表現するモデル。

掲載論文

【題名】 Equilibrium Space and a Pseudo Linearization of Nonlinear Systems.

(非線形系システムの平衡空間とそれに基づく疑似線形化)

【著者名】 Sakata R, Oshima T, Kawai S, Nguyen-Van T

【掲載誌】 Scientific Reports

【掲載日】 2022年12月7日

【DOI】 10.1038/s41598-022-25616-1

問い合わせ先

【研究に関すること】

グエン ヴァン チエト

筑波大学システム情報系 助教

URL: <https://www.digicon-lab.esys.tsukuba.ac.jp/>

【取材・報道に関すること】

筑波大学広報局

TEL: 029-853-2040

E-mail: kohositu@un.tsukuba.ac.jp